

Poszukiwania w logarytmach

Zadanie 1.

Oszacuj do dwóch miejsc po przecinku, wartości logarytmów:

a) $\log_{10}(0,8)$

b) $\log_{10} 25$

Rozwiązanie

$$\text{a) } \log_{10} 0,8 = \log_{10} \frac{8}{10} = \log_{10} 8 - \log_{10} 10 = \log_{10} 2^3 - 1 = 3 \log_{10} 2 - 1 \approx 3 \cdot 0,301 - 1 = 0,903 - 1 = -0,097 \approx -0,1$$

$$\text{b) } \log_{10} 25 = \log_{10} 5^2 = 2 \log_{10} 5 \approx 2 \cdot 0,699 = 1,398 \approx 1,4$$

Zadanie 2.

Wyznacz wartości podanych logarytmów:

a) $\log_2 \sqrt[3]{2}$

b) $\log_6 6\sqrt{6}$

c) $\log 10\sqrt{10}$

d) $\log_2 25\sqrt{5}$

e) $\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

f) $\log_4 \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

g) $\log \left(\frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right)$

Rozwiązania

$$\text{a) } \log_2 \sqrt[3]{2} = \log_2 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \log_6 6\sqrt{6} = \log_6 6^1 \cdot 6^{\frac{1}{2}} = \log_6 6^{1+\frac{1}{2}} = \log_6 6^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_6 6 = \frac{3}{2}$$

$$\text{c) } \log 10\sqrt{10} = \log 10^1 \cdot 10^{\frac{1}{2}} = \log 10^{1+\frac{1}{2}} = \log 10^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 10 = \frac{3}{2}$$

$$d) \log_2 25\sqrt{5} = \log_2 5^2 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = \log_2 5^{2+\frac{1}{2}} = \log_2 5^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} \log_2 5 \approx 2,5 \cdot 2,32192 = 5,8048$$

$$e) \log_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \log_2 \left(\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}\right) = \log_2 \left(2^{-\frac{1}{2}}\right) = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f) \log_4 \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \log_4 \left(\frac{1}{2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}\right) = \log_4 \left(\frac{1}{2^{1+\frac{1}{2}}}\right) = \log_4 \left(\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}\right) = \log_4 \left(2^{-\frac{3}{2}}\right) = -\frac{3}{2} \log_4 2 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{4}$$

$$g) \log \left(\frac{1}{\sqrt[4]{10}}\right) = \log \left(\frac{1}{10^{\frac{1}{4}}}\right) = \log \left(10^{-\frac{1}{4}}\right) = -\frac{1}{4} \log 10 = -\frac{1}{4}$$

Zadanie 3.

Rozwiąż równania

a) $\log_2 x = 3$

b) $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c) $\log_x 81 = 4$

d) $\log_2(x - 6) = 3$

Rozwiązania

a) $x = 2^3 = 8$

b) $x = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

c) $x^4 = 81$

$$x = \sqrt[4]{81} = 3$$

d) $x - 6 = 2^3$

$$x - 6 = 8$$

$$x = 14$$