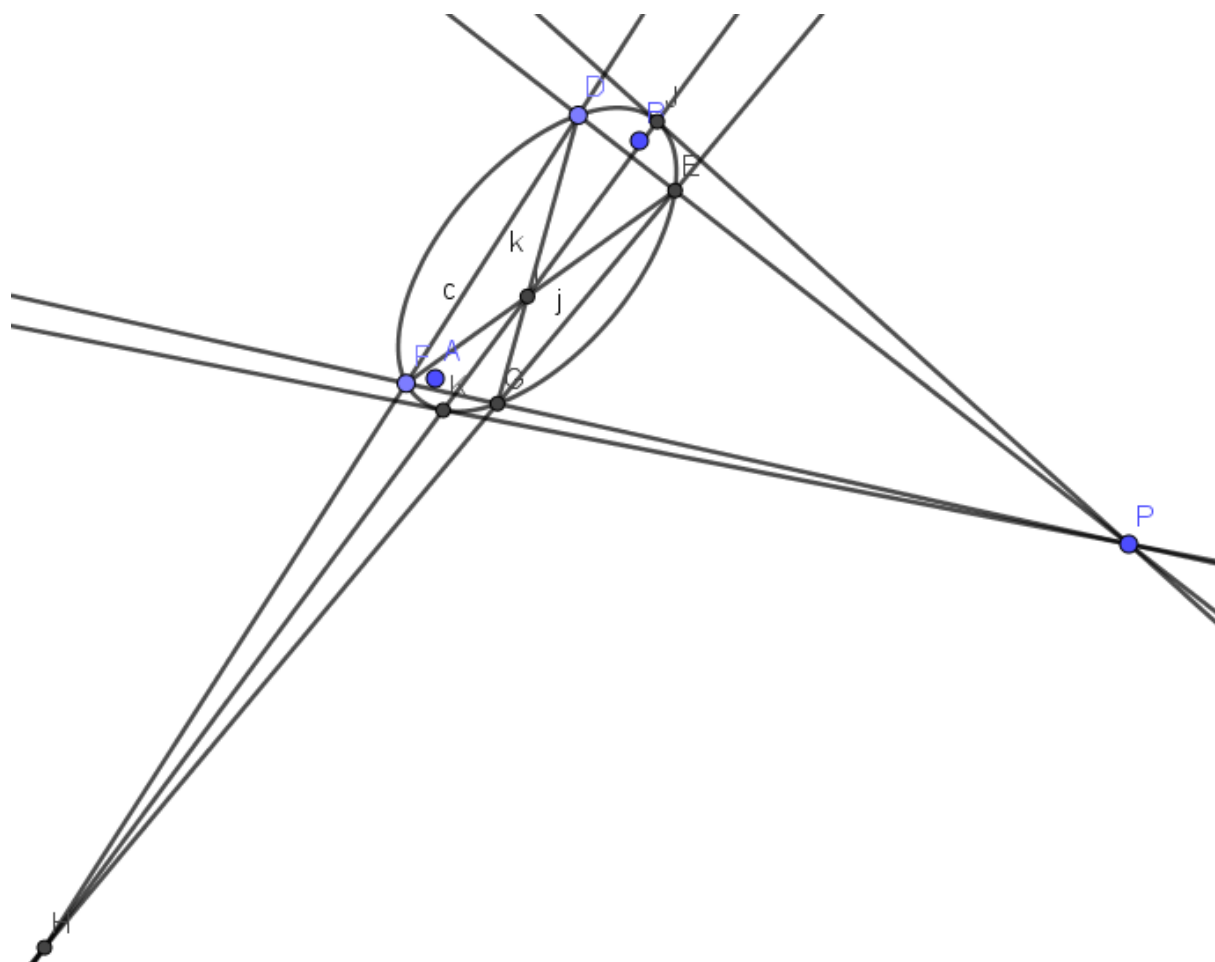


Wakacyjne konstrukcje

Zadanie 1. Konstrukcja Steiner'a stycznej do okręgu przenosi się na inne figury stożkowe. Skonstruuj, używając tylko linijki styczną do: elipsy, hiperboli i paraboli, z punktu P nie leżącego na żadnej z nich.

Rozwiązanie:

a) styczna do elipsy



Z punktu P kreślimy dwie proste przecinające elipsę w punktach: jedna prosta w E i D, a druga F i G.

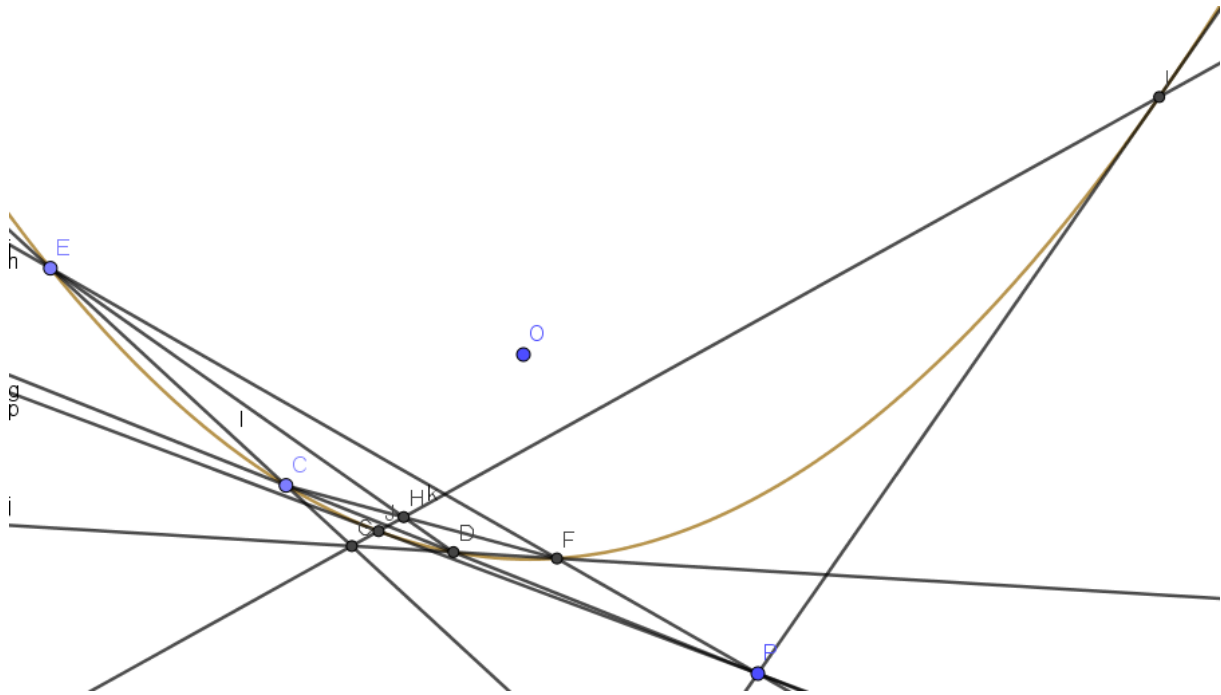
Kreślimy proste DF i GE, które przecinają się w punkcie H.

Kreślimy proste FE i GD, które przecinają się w punkcie I.

Kreślimy prostą HI. Przecina ona elipsę w punktach J i K. Są to szukane punkty styczności.

Proste PJ i PK to szukane styczne.

b) parabola



Z punktu P kreślimy dwie proste przecinające parabolę w punktach: jedna prosta w C i D, a druga F i E.

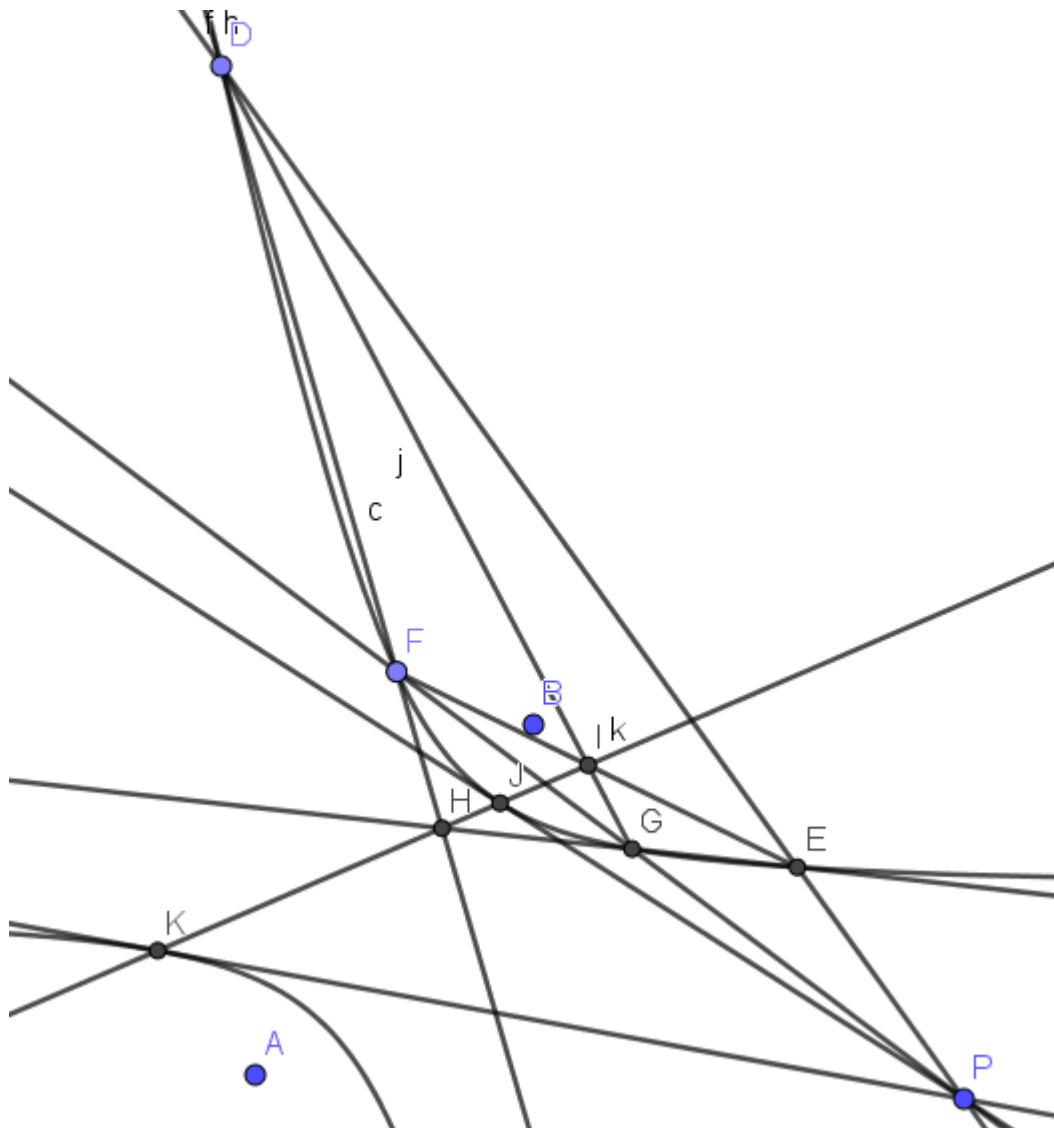
Kreślimy proste CE i FD, które przecinają się w punkcie G.

Kreślimy proste DE i FC, które przecinają się w punkcie H.

Kreślimy prostą HG. Przecina ona parabolę w punktach J i I. Są to szukane punkty styczności.

Proste PJ i PI to szukane styczne.

c) hiperbola



Z punktu P kreślimy dwie proste przecinające hiperbolę w punktach: jedna prosta w E i D, a druga F i G.

Kreślimy proste DF i EG, które przecinają się w punkcie H.

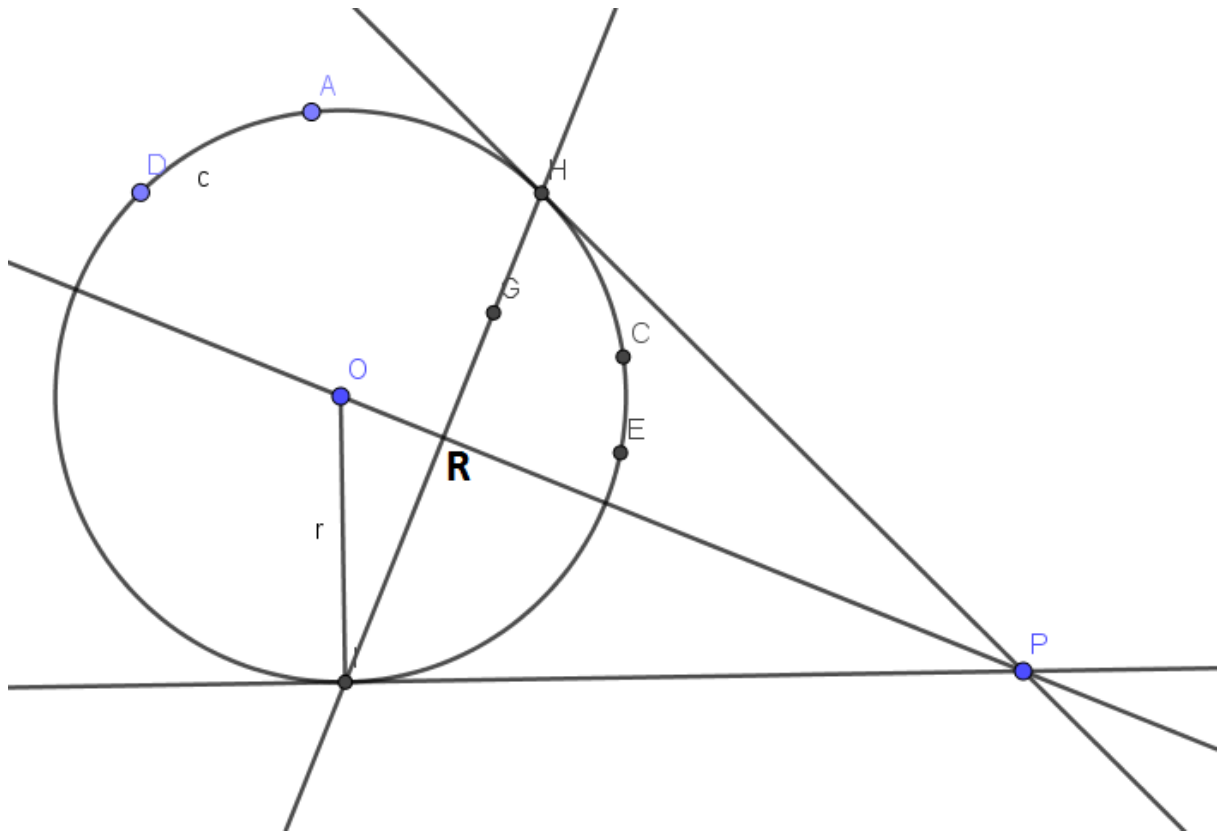
Kreślimy proste DG i FE, które przecinają się w punkcie I.

Kreślimy prostą HI. Przecina ona hiperbolę w punktach J i K. Są to szukane punkty styczności.

Proste PJ i PK to szukane styczne.

Zadanie 2. Z punktu P poprowadzono styczną do okręgu o środku O i promieniu r długości 5 cm. Odległość punktów styczności (S_1S_2) jest równa 8 cm. Jaka jest odległość punktu P od środka O okręgu?

Rozwiązanie:



Zauważmy, że trójkąt OIP jest prostokątny o przeciwprostokątnej OP. W takim razie $|RI|$ jest średnią geometryczną z $|OR|$ i $|RP|$. $|OR|$ można wyznaczyć z trójkąta prostokątnego ORI

$$|OR|^2 = |OI|^2 - |RI|^2$$

$$|OR|^2 = 25 - 16 = 9$$

$$|OR| = 3$$

$$|OR| \cdot |RP| = |RI|^2$$

$$3 \cdot |RP| = 16$$

$$|RP| = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

$$|OP| = |OR| + |RP| = 3 + 5\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$

Odpowiedź:

Odległość punktu P od środka okręgu wynosi $8\frac{1}{3}$