Geometria w zadaniach

Zadanie 1.

Niech *m* i *n* oznaczają odpowiednio liczbę środków symetrii i liczbę osi symetrii figury. Czy istnieje figura o następujących własnościach *m* i *n*? Podaj przykład takiej figury dla:

a) $m = 0 \quad i \quad n = 1$; b) $m = 0 \quad i \quad n = 2$ c) $m = 0 \quad i \quad n = 3$ d) $m = 1 \quad i \quad n = 1$
e) $m = 1 \quad i \quad n = 2$ f) $m = 1 \quad i \quad n = 3$

Rozwiązanie

a) Tak; np. półprosta lub kąt różny od kąta półpełnego i pełnego

b) nie

c) Tak; np. trójkąt równoboczny

d) nie

e) Tak; np. odcinek lub prostokąt nie będący kwadratem

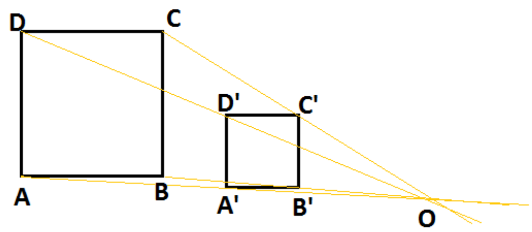
f) nie

Zadanie 2.

Kiedy dwa kwadraty są jednokładne? Jakie są środki ich jednokładności?

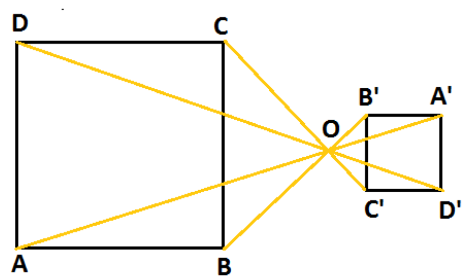
Rozwiązanie

Odpowiednie boki jednego kwadratu muszą być równoległe do odpowiednich boków drugiego kwadratu



|AB|>|A'B'|
Skala jest dodatnia

Jeśli |AB|=|A'B'|, to powyższa sytuacja jest niemożliwa (dlaczego?)



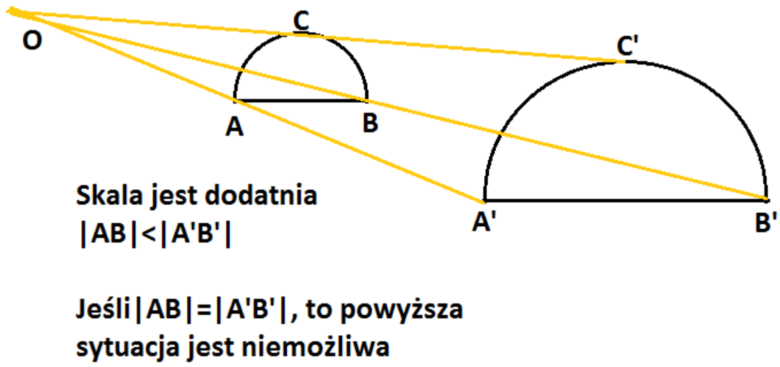
Skala jest ujemna

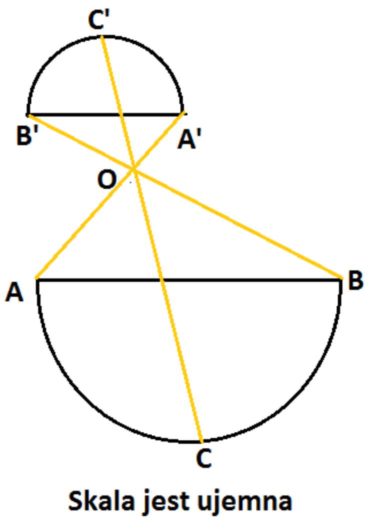
Zadanie 3

Kiedy dwa półkola są jednokładne? Jakie są środki ich jednokładności?

Rozwiązanie

Średnica jednego półkola musi być równoległa do średnicy drugiego kółkola.



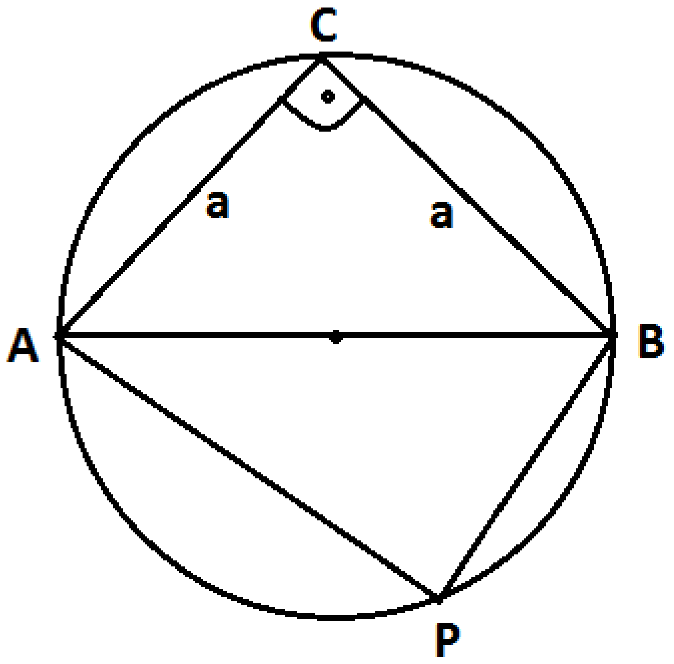


Zadanie 4.

Trójkąt prostokątny równoramienny ABC (($\measuredangle C = 90°$) wpisany jest okrąg. Punkt P leży na tym okręgu, po przeciwnej stronie średnicy AB niż punkt C. Wykaż, że :

$$|PA| + |PB| = \sqrt{2}|PC|$$

Rozwiązanie



$|AB| = a\sqrt{2}$ (dlaczego?)

Na mocy twierdzenia Ptolemeusza mamy równość

$$|BC| \cdot |PA| + |AC| \cdot |BC| = |AB| \cdot |PC|$$

Czyli

$$a \cdot |PA| + a \cdot |PB| = a\sqrt{2} \cdot |PC|$$

Skąd

$$|PA| + |PB| = \sqrt{2} \cdot |PC|$$