

Kąt prostych

Zadanie 1.

Wyznacz kosinus kąta ostrego zawartego między prostymi o równaniach: $y = -x + 2$ i $y = 2x + 4$.

Rozwiązanie:

Wiadomo, że współczynnik kierunkowy prostej jest równy tangensowi kąta jaki tworzy ta prosta z osią OX. W takim razie

$$\tan \alpha = -1$$

$$\tan \beta = 2$$

Obliczmy

$$\tan(\alpha - \beta)$$

Wykorzystamy wzór

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-1 - 2}{1 + (-1) \cdot 2} = \frac{-3}{1 - 2} = 3$$

Musimy teraz rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = 3 \\ \sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1 \end{cases}$$

Z pierwszego równania mamy

$$\sin \gamma = 3 \cos \gamma$$

Czyli

$$\sin^2 \gamma = 9 \cos^2 \gamma$$

Podstawmy do drugiego równania i otrzymujemy

$$9 \cos^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1$$

$$10 \cos^2 \gamma = 1$$

$$\cos^2 \gamma = \frac{1}{10}$$

$$\cos \gamma = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ lub } \cos \gamma = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Ponieważ γ ma być kątem ostrym, więc $\cos \gamma = \frac{\sqrt{10}}{10}$

Zadanie 2.

Dla jakich liczb rzeczywistych a proste o równaniach $y = ax + 2$ i $y = x - 1$ tworzą kąt 45° ?
Podaj ilustrację graficzną rozwiązania

Rozwiązanie

Prosta o równaniu $y = x - 1$ tworzy z osią ox kąt 45° . W takim razie kąt 45° utworzy ona z każdą prostą równoległą do jednej z osi, a więc wtedy, gdy albo x albo y będzie stałą, czyli

$$y = k \text{ lub } x = k$$

W pierwszym przypadku $a = 0$

